

PHI 6355, Hiver 2019
Lundi : 13h-16h, 422
Jean-Pierre.Marquis@umontreal.ca

Jean-Pierre Marquis
Stone Castle, 429
tél : 343-6014

Fondements des mathématiques

1. Objectif général

L'objectif de ce séminaire est d'introduire les étudiants et étudiantes à une réflexion philosophique sur les fondements des mathématiques. Nous tenterons de comprendre ce qui, du point de vue philosophique, *motive* la quête fondationnelle et nous tenterons de voir si certains résultats justifient cette quête. Notre objectif principal sera double : d'une part, nous voulons explorer certains thèmes philosophiques fondamentaux sur la nature de la connaissance mathématique; d'autre part, nous désirons introduire les étudiants à une approche *structuraliste* aux fondements des mathématiques. Une des questions centrales de notre réflexion consistera à déterminer s'il est possible de caractériser ce qu'est le structuralisme en mathématiques et, en particulier, des fondements structuralistes.

2. Démarche pédagogique

Le cours sera divisé en deux parties complémentaires. Chaque séance comportera en principe une partie philosophique et une partie logico-mathématique. Nous poursuivrons donc en parallèle le développement proprement mathématique et la discussion philosophique. Le cours sera au départ en grande partie magistral. Les étudiants sont invités à participer activement. Une partie du cours sera réservée à des présentations par les étudiant.e.s. Ces présentations pourront être historiques, philosophiques, logiques ou mathématiques, selon l'intérêt des étudiant.e.s.

3. Évaluation

L'évaluation comprend quatre volets. D'abord un travail de fin de session sur un sujet portant directement sur le thème du cours mais qui n'est pas nécessairement rattaché à présentation faite par l'étudiant ou l'étudiante. Ce travail comptera pour 50% de la note finale. Ensuite, une présentation en classe d'un ou de textes déterminés à l'avance. Les étudiants devront rencontrer le professeur une semaine avant la présentation et dans les semaines qui suivent cette présentation. La première rencontre a pour but de préparer la présentation. La seconde a pour but de revenir sur cette présentation et de voir, en compagnie du professeur, quels ont été les points forts et les faiblesses. La présentation comptera pour 30% de la note finale. La troisième consiste à apprendre à contribuer à

l'encyclopédie en ligne Wikipédia en travaillant une section d'un article déjà existant sur le sujet. Nous allons travailler ensemble l'apprentissage de Wikipédia et les étudiants devront partager leur texte et ses sources avant de le mettre en ligne. Ce travail comptera pour 20%.

4. Calendrier à titre indicatif seulement

7 janvier	Introduction générale	
14 janvier	Le contexte historique	Giaquinto 2002, Hallett 2003
21 janvier	Le contexte historique	Giaquinto 2002
28 janvier	Le contexte historique	Giaquinto, Sieg 1999
4 février	Le contexte historique	Dedekind, Rech 2003, Rech & Ferreiros sous presse
11 février	Le contexte historique	Bourbaki 1948
18 février	Le contexte historique	Corry 1992, 2001
25 février	Structures abstraites	Marquis 1995
4 mars	Semaine de lecture	
11 mars	Approches philosophiques	Mayberry 1994, Shapiro 2000
18 mars	Approches philosophiques	Rech & Prince 2000 , Cole 2010
25 mars	Approches philosophiques	Linnebo & Pettigrew 2014, Schiemer
1 avril	Approches philosophiques	Makkai 1998, 1999, Marquis 2018, Awodey 2018

8 avril	À préciser	
---------	------------	--

5. Bibliographie partielle

Awodey, S., 2006, *Category Theory*, Oxford: Oxford University Press.

Awodey, S., 2018, “Structuralism, Invariance, and Univalence”, in *Categories for the Working Philosopher*, Landry, E., ed., Oxford: Oxford University Press, 58-68.

Burgess, J., 2015, *Rigor & Structure*, Oxford: Oxford University Press.

Cole, J., 2010, “Mathematical Structuralism Today”, *Philosophy Compass*, 5/8, 689-699.

Corry, L., 2003, *Modern Algebra and the Rise of Mathematical Structures*, 2nd ed., Basel: Birkhäuser Verlag.

Corry, L., 2001, “Mathematical Structures from Hilbert to Bourbaki: The Evolution of an Image of Mathematics”, in Dahan & Bottazini, eds., *Changing Images of Mathematics in History. From the French Revolution to the New Millennium*, London: Harwood Academic Publishers, 167-186.

Corry, L., 1992, “Nicolas Bourbaki and the Concept of Mathematical Structure”, *Synthese*, 92, 315-348.

Ewald, W.B., ed., 1996, *From Kant to Hilbert*, 2 volumes, Oxford: Oxford University Press.

Ferreiros, J., 2001, “The Road to Modern Logic”, *The Bulletin of Symbolic Logic*, Vol. 7, No. 4, 441-484.

Giaquinto, M., 2002, *The Search for Certainty: A philosophical Account of Foundations of Mathematics*, Oxford: Oxford University Press.

Goldblatt, R., 2006, *Topoi: the categorical analysis of logic*, 2nd ed., Mineola: Dover.

Hallett, M., 2003, “Foundations of Mathematics”, *The Cambridge History of Philosophy 1870-1945*, Baldwin, T., ed., Cambridge: Cambridge University Press.

Hatcher, W., 1982, *The Logical Foundations of Mathematics*, Oxford: Pergamon Press.

Landry, E. & Marquis, J-P, 2005, “Categories in context: historical, foundational and philosophical”, *Philosophia Mathematica*, (3), Vol. 13, no. 1, 1-43.

- Lawvere, W. & Rosebrugh, R., 2003, *Sets for Mathematics*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Leinster, T., 2014, *Basic Category Theory*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Linnebo, O. & Pettigrew, R., 2014, "Two types of Abstraction for Structuralism", *Philosophical Quarterly*, 64, 267-283.
- Mac Lane, S. & Moerdijk, I., 1994, *Sheaves in Geometry and Logic*, New York: Springer-Verlag.
- Makkai, M., 1998, "Towards a Categorical Foundation of Mathematics", *Logic Colloquium '95*, New York: Springer, 153-190.
- Makkai, M., 1999, "On Structuralism in Mathematics", *Language, Logic and Concepts*, Boston: MIT Press, 43-66.
- Mancosu, P., ed., 1998, *From Brouwer to Hilbert: the debate on the foundations of mathematics in the 1920s*, Oxford: Oxford University Press.
- Marquis, J-P., 1995, "Category Theory and the Foundations of Mathematics: philosophical excavations", *Synthese*, 103, 3, 421-447.
- Marquis, J-P., 2016, "Stairway to Heaven: the abstract method and levels of abstraction in mathematics", *Mathematical Intelligencer*, 38, 3, 41-51.
- Marquis, J-P., 2018, "Unfolding FOLDS: A Foundational Framework for Abstract Mathematical Concepts", in *Categories for the Working Philosophers*, Landry, E. ed., Oxford: Oxford University Press, 136-162.
- Mayberry, J., 1994, "What is required of a Foundation of Mathematics?", *Philosophia Mathematica*, (3), Vol. 2, 16-35.
- Reck, E., 2003, "Dedekind's Structuralism: An Interpretation and Partial Defense", *Synthese*, 137, 3, 369-419.
- Reck, E. & Ferreiros, J., sous presse, "Dedekind's Mathematical Structuralism : From Galois Theory to Numbers, Sets, and Functions", in *The Prehistory of Mathematical Structuralism*, Reck & Schiemer, eds., Oxford: Oxford University Press.
- Reck, E. & Price, M., 2000, "Structures and structuralism in Contemporary Philosophy of Mathematics", *Synthese*, 125, 341-383.
- Riehl, E., 2016, *Category Theory in Context*, New York: Dover.

- Schiemer, G., 2014, "Invariants and Mathematical Structuralism", *Philosophia Mathematica*, 22/1, 70-107.
- Sieg, W., 1999, "Hilbert's Program: 1917-1922", *The Bulletin of Symbolic Logic*, Vol. 5, No. 1, 1-44.
- Shapiro, S., 2000, "Set Theoretic Foundations", *The Proceedings of the Twentieth World Congress of Philosophy, Volume 6: Analytic Philosophy and Logic*, Kanamori, Akihiro (ed), Charlottesville : Philosophy Doc Center.
- Shapiro, S., 2004, "Foundations of Mathematics: Metaphysics, Epistemology, Structure", *Philosophical Quarterly*, 54, 214, 16-37.
- Shapiro, S., 2005, "Categories, Structures, and the Hilbert-Hilbert Controversy: The Status of Metamathematics", *Philosophia Mathematica*, (3), 13, 61-77.
- Uebel, T., 2005, "Learning Logical Tolerance: Hans Hahn on the Foundations of Mathematics", *History and Philosophy of Logic*, 26, 175-209.